

На правах рукописи



Загороднев Игорь Витальевич

**Краевые электронные возбуждения в графене  
и 2D топологическом изоляторе на основе  
квантовых ям Cd(Hg)Te**

01.04.10 – Физика полупроводников

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2015

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук (ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН), г. Москва.

Научный руководитель: **Волков Владимир Александрович**,  
доктор физико-математических наук

Официальные оппоненты: **Тугушев Виктор Витальевич**,  
доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории новых элементов наноэлектроники отдела прикладных наноэлектронных структур НБИКС-Центра НИЦ "Курчатовский институт"

**Молотков Сергей Николаевич**,  
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией спектроскопии поверхности полупроводников ФГБУН Института физики твердого тела Российской академии наук

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук

Защита состоится 05 февраля 2016 г. в 10:00 на заседании диссертационного совета Д.002.231.01 на базе ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН по адресу: 125009, г. Москва, ул. Моховая, д. 11, корп. 7.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН и на сайте <http://www.cplire.ru/rus/dissertations.html>

Автореферат разослан «27» ноября 2015 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук, доцент

 **Кузнецова**  
Ирен Евгеньевна

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы исследования.** Прогресс в современной электронике, физике и технике полупроводников во многом связан с 2D наноструктурами и их миниатюризацией. При малых размерах возрастает роль краевых эффектов. Так, на краю 2D системы могут существовать краевые состояния, обусловленные как примесями или дефектами, так и резким обрывом кристаллического потенциала на атомарно чистой трансляционно-инвариантной границе. В последнем случае краевые состояния иногда называют таммовскими. Краевые состояния могут влиять на транспортные и оптические свойства наноструктур и приводить к качественно новым физическим эффектам.

В последние годы активно развиваются исследования 2D систем, в которых электроны описываются уравнением Дирака или его модификацией. Так, с 2004 г. графен привлекает к себе внимание своим уникальным «ультрарелятивистским» спектром, за который электроны в графене стали называть безмассовыми дираковскими фермионами [1]. В 2010 г. важность исследований этого материала была подтверждена Нобелевским комитетом. На возможность существования краевых (таммовских) состояний в графене было указано еще в 1996 г. в работе [2]. Расчеты электронного спектра краевых состояний в графене оказались существенно зависящими от выбранной модели края [3]. Выявление общих, модельно не зависящих, свойств краевых состояний является актуальной задачей.

Несколько лет назад появился целый класс узкощелевых полупроводниковых материалов, топологических изоляторов (ТИ), в которых существование краевых (или поверхностных в 3D случае) состояний в запрещенной зоне следует из топологических соображений [4, 5]. В них образуется проводящий канал на поверхности изолятора. Существование такого 1D канала краевых электронов было обнаружено экспериментально в транспортных измерениях

квантовых ям  $\text{Hg}(\text{Cd})\text{Te}$  [6]. Однако, энергетический спектр краевых состояний в этих материалах еще требует уточнения.

Одним из наиболее ярких проявлений краевых эффектов в 2D системах является квантовый эффект Холла, в котором магнитные краевые состояния связаны с квантованием холловской проводимости. Таммовские состояния, существующие и без магнитного поля, могут существенно изменить электронный спектр в магнитном поле и, как следствие, повлиять на проводимость в магнитном поле.

Другим фундаментальным физическим эффектом, на который могут влиять таммовские состояния, является эффект Ааронова-Бома, заключающийся в осцилляциях магнитосопротивления образца в форме кольца с периодом равным кванту магнитного потока  $hc/e$ . В теории этого эффекта обычно считается, что магнитное поле пронизывает только полость в образце, но не проникает в сам образец. Недавно появились эксперименты по измерению магнитосопротивления в графеноподобных структурах с некольцевой геометрией, в которых также наблюдается эффект типа Ааронова-Бома [7]. Объяснение этих экспериментов является актуальной задачей.

**Цели и задачи диссертационной работы:** построение модели края при эффективном описании графена и 2D ТИ на основе квантовых ям  $\text{Cd}(\text{Hg})\text{Te}$  на языке огибающих волновых функций; анализ краевых состояний и эффектов, в которых они проявляются.

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

1. Вывод граничного условия (ГУ) для эффективного уравнения типа Дирака, описывающего графен или 2D ТИ.
2. Вычисление спектров таммовских состояний для образца в форме полуплоскости, а в графене также и в наиболее важных геометриях: полоса, квантовая точка и антиточка (бесконечный лист с круглым отверстием).

3. Анализ эффектов, в которых могут проявляться таммовские состояния: проводимость, плазменные колебания.

**Научная новизна и практическая значимость работы.** В диссертации предложено новое теоретическое описание края графена и 2D ТИ на основе квантовых ям Cd(Hg)Te, развита теория краевых электронных возбуждений в этих материалах, которая успешно применена для объяснения транспортных экспериментов в наноперфорированном графене.

### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Предложено однопараметрическое граничное условие на эффективную двухкомпонентную волновую функцию, описывающее край графена в пренебрежении междолинным рассеянием и удовлетворяющее общим физическим требованиям - самосопряженности и инвариантности по отношению к инверсии времени. Оно позволяет аналитически получить электронные спектры графеновых наноструктур в форме полуплоскости, полосы, квантовой точки и антиточки.
2. В пренебрежении междолинным рассеянием одночастичный энергетический спектр длинноволновых краевых (таммовских) состояний на трансляционно-инвариантном линейном краю графена, полученный с использованием указанного выше граничного условия, представляет собой лучи, начинающиеся в центре проекции долин на направление края. В магнитном поле в одной из долин происходит антикроссинг объемных уровней Ландау с такими краевыми состояниями.
3. При наличии на антиточке локализованных квазистационарных (краевых) состояний низкотемпературная проводимость графеновых структур с такими антиточками имеет осцилляционную зависимость от положения уровня Ферми, обусловленную резонансным рассеянием на уровнях краевых состояний. При изменении магнитного поля, перпенди-

кулярного антиоточке, уровни краевых состояний в квазиклассическом приближении почти периодически пересекают уровень Ферми, с периодом, определяемым прохождением кванта магнитного потока через антидот.

4. Предложено общее граничное условие для 2D топологического изолятора на основе квантовых ям  $\text{Cd}(\text{Hg})\text{Te}$ , удовлетворяющее общим физическим требованиям. Оно содержит 6 феноменологических параметров, два из которых зануляются при учете зеркальной симметрии края. При некоторых значениях граничных параметров краевые состояния могут иметь существенно нелинейную дисперсию или вовсе отсутствовать вблизи центра проективной зоны Бриллюэна.

**Степень достоверности и апробация результатов.** Достоверность представленных в диссертации результатов подтверждается тем, что при расчётах использовались проверенные методы теоретической физики, воспроизводящие результаты в различных подходах; совпадением предсказанных эффектов с экспериментальными измерениями. Полученные теоретические результаты признаны научной общественностью при обсуждениях на российских и международных научных конференциях и семинарах, а также подтверждены положительными рецензиями опубликованных статей в научных журналах.

Результаты исследований, вошедших в диссертацию, докладывались на International Symposium on Graphene Devices: Technology, Physics, and Modeling (Aizu Wakamatsu, Japan, November 17-19, 2008); 51-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук» (Москва-Долгопрудный, 27-30.11.2008); VII Зимней школе по теоретической физике «Введение в теорию наноструктур» (Московская обл., г. Дубна, 25.01-05.02.2009 г.); 16th International Conference on Electron Dynamics in Semiconductors, Optoelectronics and Nanostructures

(France, Montpellier, August 24-28, 2009); 17th, 18th и 22th International Symposium «Nanostructures: Physics and Technology» (Беларусь, г. Минск, 22-26.06.2009, г. Санкт-Петербург, 21-26.06.2010 и г. Санкт-Петербург, 23-27.06.2014); Международных зимних школах по физике полупроводников (С.-Петербург-Зеленогорск, 27.02 - 02.03.2009 и 25-28.02.2011); IX, X, XI и XII Российской конференции по физике полупроводников (Новосибирск – Томск, 28.09–3.10.2009, Н. Новгород, 19-23.09.2011, г. Санкт-Петербург 16-20.09.2013, Ершово 21-25.09.2015); XIII и XV Школах молодых ученых «Актуальные проблемы физики» (Звенигород - Москва, 14-19.11.2010 и г. Москва, 16-20.11.2014 г.); XIV, XV и XIX Международном симпозиуме «Нанопизика и нанофотоника» (Н. Новгород, 15-19.03.2010, 14-18.03.2011 и 10-14.03.2015); Уральской международной зимней школе по физике полупроводников (Екатеринбург-Новоуральск, 15-20.02.2010 г.); IX и XI конференции «Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления» (Московская обл., г. Троицк, 09.06.2011 и 6.06.2013); 9th Advanced Research Workshop Fundamentals of Electronic Nanosystems (г. Санкт-Петербург, 21-27.06.2014), а также на научных семинарах теоретического отдела ФИАН (05.04.2011 и 09.04.2013), семинаре сектора квантовой мезоскопии ИТФ им. Л.Д. Ландау (12.12.2014 и 17.04.2015) и др.

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 29 печатных работах, из них 7 статей в российских журналах, входящих в Перечень изданий, рекомендованных ВАК Минобразования и науки РФ [A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7], 2 статьи в зарубежных рецензируемых журналах, включенных в систему Web of Science [A8, A9], 20 публикаций в сборниках трудов и тезисов конференций [A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A26, A27, A28, A29], а также в одной электронной публикации [A30].

**Личный вклад автора.** Автор принимал участие в постановке задач и обсуждении результатов. Все расчеты проводились автором лично. Написа-

ние статей проводилось совместно с соавторами, причем вклад диссертанта в подготовке теоретических публикаций был определяющим.

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, обзора литературы, 2-х глав, заключения, библиографии и 2-х приложений. Работа содержит 125 страниц, 26 рисунков и список литературы из 138 источников.

## Содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели, научная новизна и практическая значимость работы, перечислены научные положения, выносимые на защиту. Далее представлен **Обзор литературы**, который состоит из четырех разделов. В первом обсуждается проблема граничных условий (ГУ) для многозонной системы уравнений эффективной массы. Сделан вывод о том, что общий вид ГУ можно получить из общих физических соображений, таких как условие эрмитовости гамильтониана в ограниченной области и симметрия по отношению к инверсии времени. Эти идеи положены в основу вывода ГУ для эффективного гамильтониана графена (первая глава) и для 2D топологического изолятора на основе квантовых ям Cd(Hg)Te (вторая глава). Второй раздел обзора посвящен теоретическим и экспериментальным работам по краевым (таммовским) состояниям (КС) в графене. Сделан вывод о том, что несмотря на довольно богатую историю исследований КС в графене, экспериментальные результаты пока неоднозначны и не могут служить доказательством той или иной теории КС, что оправдывает выбранное в диссертации феноменологическое описание края графена. В третьем разделе обзора содержится введение в 2D топологические изоляторы (ТИ) и представлен гамильтониан, описывающий квантовые ямы Cd(Hg)Te с толщиной около  $d = 7$  нм. Наконец, в последнем, четвертом, пункте представлено краткое введение в 1D плазменные колебания.

**Первая глава** «Краевые (таммовские) состояния в графене» посвяще-

на проблеме ГУ для эффективного гамильтониана графена и анализу электронных спектров графеновых наноструктур различной геометрии, а также сечению рассеяния на круглом отверстии в графене. В рамках теории эффективной массы электроны в графене в низкоэнергетическом приближении описываются уравнением типа Дирака:

$$sc^* \sigma (\mathbf{p} + s\hbar\mathbf{k}_0) \psi_s = E\psi_s, \quad (1)$$

где  $s = \pm 1$  — индекс долины,  $2\mathbf{k}_0$  — расстояние между долинами,  $\sigma$  — вектор матриц Паули,  $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$  — 2D оператор импульса.

В первом разделе **1.1** используя общие физические соображения (эрмитовость и инвариантность относительно обращения времени) для гамильтониана (1) выведено ГУ общего вида:

$$(\psi_+ + ig\psi_-)|_S = 0, \quad g = \frac{e^{i\phi}}{\sin\beta} (e^{i\gamma\sigma\mathbf{n}} + \sigma_3 \cos\beta), \quad (2)$$

где  $\mathbf{n} = (\cos\alpha, \sin\alpha)$  — вектор нормали к границе  $S$ . ГУ определяется действительными феноменологическими параметрами-углами  $\phi, \beta, \gamma$ . ГУ такого типа было получено в работе [8]. Если кристаллический потенциал на границе меняется достаточно плавно, то можно пренебречь междолинными переходами и описывать электроны в графене как пару нейтрино Вейля, связанных инверсией времени. В этом случае ГУ упрощается:

$$(\psi_{s1} + ia^s e^{-i\alpha} \psi_{s2})|_S = 0. \quad (3)$$

Это ГУ содержит только один безразмерный действительный параметр  $a$ , связанный с параметром  $\gamma$ :  $\sin\gamma = 2a/(1+a^2)$ .

В разделе **1.2** приведены электронные спектры графеновой полосы и полуплоскости. Среди решений для полуплоскости  $z = 0, x > 0$  есть как объемные, представляющие падающее и отраженные от границы плоские волны, так и краевые состояния, локализованные вблизи границы. Электронный спектр  $E(k_y)$  полуплоскости с общим ГУ (2) и неизменными вдоль границы

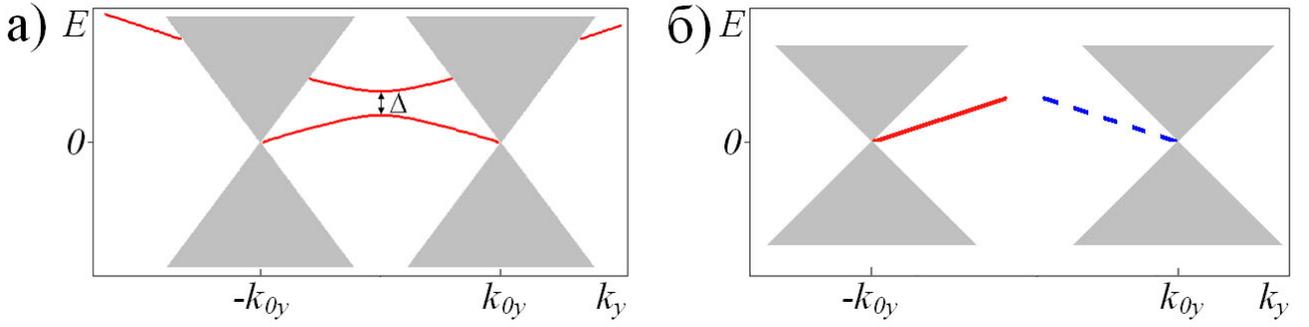


Рис. 1. Электронный спектр  $E(k_y)$  графеновой полуплоскости (а) при учете междолинного рассеяния (б) в отсутствие междолинного рассеяния ( $a \in (0, 1)$ ). Закрашенная область отвечает непрерывному спектру, кривые - краевым состояниям. На рис. (б) пунктиром обозначена долина  $s = -1$ .  $2k_{0y}$  — расстояние между долинами в проективной зоне Бриллюэна.

граничными параметрами приведен на рис. 1а. При малых энергиях (вблизи дираковских точек) спектр КС выходит из центров долин и линейен по импульсу. Однако, он имеет ограниченную область применимости, т.к. при  $|k_{0y}|$  или  $|k_y|$  сравнимых с  $k_0$  волновые функции содержат быстро изменяющиеся на атомных масштабах множители, тем самым нарушаются пределы применимости метода эффективной массы. В пренебрежении междолинным рассеянием такой проблемы нет. В этом случае спектр КС на полуплоскости имеет вид:

$$E_s = s \frac{2a}{1+a^2} \hbar c^* (k_y + s k_{0y}), \quad s(k_y + s k_{0y})(1-a^2) > 0. \quad (4)$$

Он также представляет собой лучи, выходящие из центров долин (рис. 1б). В зависимости от величины параметра  $a$  КС могут быть как в валентной зоне, так и в зоне проводимости. Далее всюду в первой главе используется ГУ (3).

В этом же разделе получен электронный спектр полосы шириной  $d$  с краями, характеризуемыми постоянными параметрами  $a_1$  и  $a_2$ :  $(1 - a_1 a_2)E + s(a_2 - a_1)\hbar c^* k_y - (a_1 + a_2)\hbar c^* k_x \cot k_x d = 0$ , где  $E^2 = \hbar^2 (c^*)^2 (k_y^2 + k_x^2)$ . Действительные  $k_x$  отвечают размерному квантованию объемного спектра, мнимые - локализованным вблизи краев состояниям. Если  $k_y \rightarrow \infty$  эти состояния переходят в КС для полубесконечного графена с энергией  $E =$

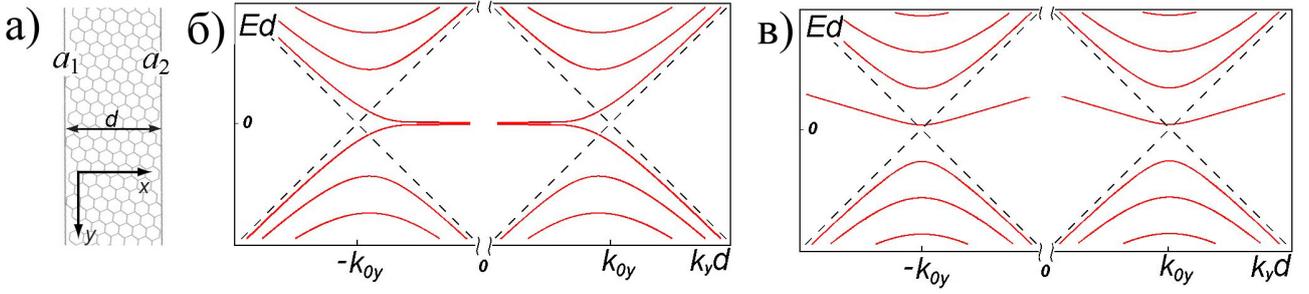


Рис. 2. Геометрия (а) и электронный спектр графеновой полосы: б)  $a_1 = 1/a_2 = 0$  в)  $a_1 = a_2 = 0.15$ . Пунктиром показаны границы объемного спектра  $E = c^* \hbar |k_y \pm k_{0y}|$ .

$s \hbar c^* 2a_{1,2} k_y / (1 + a_{1,2}^2)$ , см. рис. 2. Значения  $a_1 = 1/a_2 = 0$  соответствуют известному результату для края типа зигзаг [2]. В модели сильной связи (МСС) спектр КС для границы типа зигзаг зависит от интегралов перекрытия ближайших ( $t$ ) и следующих за ближайшими соседями ( $t'$ ). Можно связать результаты МСС с обсуждаемым выше если принять  $a_1 = 1/a_2$  и  $a_1 = \pm t'/t$ .

В разделе 1.3 анализируется спектр полуплоскости и полосы в магнитном поле, перпендикулярном плоскости графена. Получено уравнение, неявно определяющее электронный спектр полуплоскости:

$$U \left( -\frac{\varepsilon^2 + 1}{2}, -\sqrt{2} \lambda k_y \right) + s \frac{a^s \varepsilon}{\sqrt{2}} U \left( -\frac{\varepsilon^2 - 1}{2}, -\sqrt{2} \lambda k_y \right) = 0 \quad (5)$$

где  $U$  — функция параболического цилиндра, экспоненциально падающая при  $k_y \rightarrow \infty$ ,  $\varepsilon = \lambda E / \hbar c^*$  — безразмерная энергия,  $\lambda = \sqrt{\hbar c / e B}$  — магнитная длина. Спектр  $\varepsilon(k_y)$ , найденный численным решением уравнения (5), представлен на рис. 3. При  $a = 0$  получается известный спектр полуплоскости графена с границей типа зигзаг [9]. При  $k_y \rightarrow +\infty$  и конечных энергиях спектр становится бездисперсионным, что отвечает «объемным» уровням Ландау с энергией  $\varepsilon_n = \sqrt{2n}$ ,  $n$  — любое целое число большее нуля. При приближении центра осциллятора  $\lambda^2 k_y$  к краю ( $x = 0$ ) уровни Ландау становятся дисперсионными, что на классическом языке соответствует скачущим орбитам. Нетрудно получить, что для таких решений  $\varepsilon \rightarrow \pm \lambda k_y$  при  $k_y \rightarrow -\infty$ . Однако, нулевой уровень Ландау ведет себя существенно по-другому. Для анализа его поведения применено квазиклассическое приближение. Асимп-

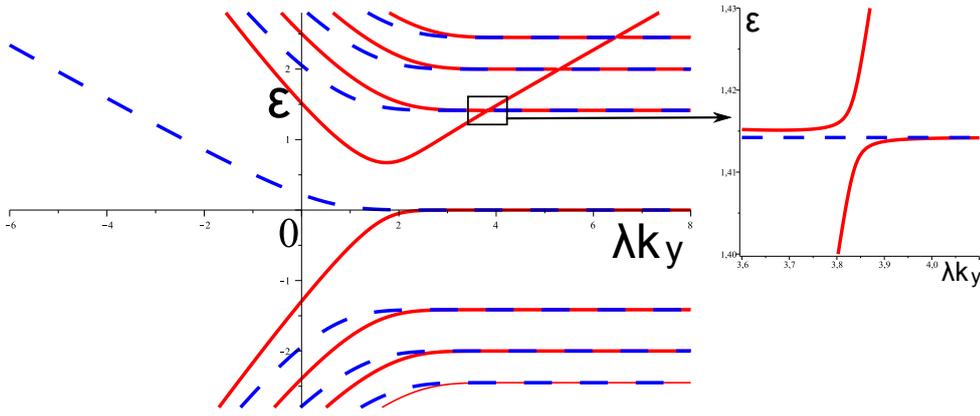


Рис. 3. Электронный спектр  $\varepsilon(\lambda k_y)$ , для полуплоскости графена в магнитном поле при  $a = 0.2$ . Сплошные кривые соответствуют долине  $s = +1$ , пунктирные - долине  $s = -1$ . Проекция центров долин совмещены. На вставке показана увеличенная область пересечения магнитных таммовских состояний с уровнями Ландау.

тотика  $\varepsilon \rightarrow \pm \lambda k_y$  соответствует надбарьерному движению. Но в рассматриваемом нами случае в графене без магнитного поля есть КС, которые и в магнитном поле частично или полностью отвечают подбарьерному движению. Для них при достаточно больших  $k_y$  приближенно получается спектр (4), т.е. в достаточно слабом магнитном поле КС практически не чувствуют это поле (глубина локализация КС много меньше магнитной длины). Именно так ведет себя нулевой уровень Ландау при достаточно больших отрицательных  $k_y$  для  $1 > a > 0$  в долине  $s = -1$ , см. рис. 3. В долине  $s = +1$  при этих же  $a$  КС «сосуществуют» одновременно с объемными уровнями Ландау и на квазиклассическом языке им отвечает сначала экспоненциально падающее вблизи границы решение, затем осциллирующее и снова падающее на большом расстоянии от границы. В спектре это приводит к антикроссингу энергии КС (4) с энергиями уровней Ландау, см. вставку на рис. 3.

Найдена низкоэнергетическая асимптотика спектра нулевого уровня Ландау при  $|\lambda k_y| \gg 1$ :  $\varepsilon_s(k_y) = sa^s e^{-\lambda^2 k_y^2} / \sqrt{\pi}$ . В конце раздела приведен спектр графеновой нанополосы.

Раздел 1.4 посвящен графеновой квантовой точке и антиточке (бесконечный лист с круглым отверстием) без магнитного поля. Вначале рассмат-

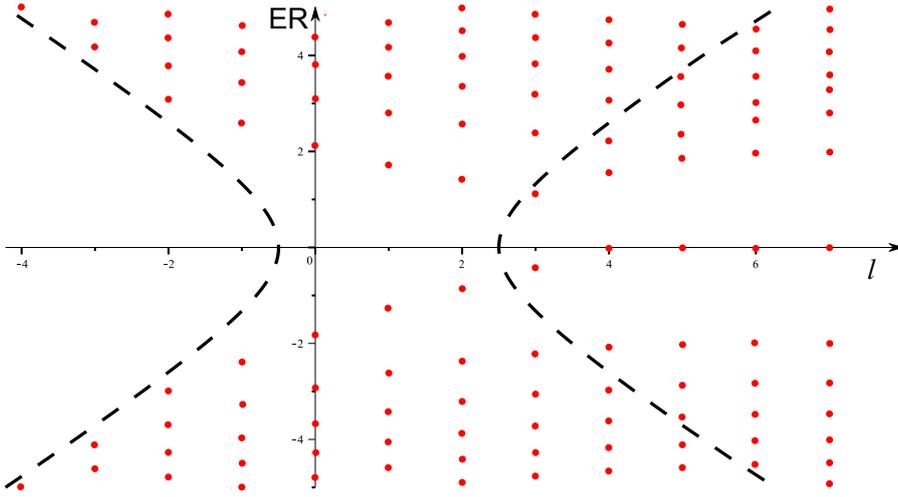


Рис. 4. Квазиклассический электронный спектр  $E(l)$  для аниточки в магнитном поле при  $a = 0.3$ ,  $\Phi/\Phi_0 = 1$ ,  $\hbar = c^* = 1$ , для долины  $s = -1$ . Пунктирные кривые разделяют области с различным поведением волновой функции: слева движение чисто подбарьерное, в центре - скачущие орбиты, справа - область интерференции таммовских состояний с уровнями Ландау.

ривается квантовая точка радиусом  $R$  и получено уравнение, определяющее ее спектр в отсутствие магнитного поля.

Стационарные КС в графеновой аниточке радиусом  $R$  отсутствуют, однако, можно найти квазистационарные - распадные состояния с большим временем жизни, которое определяется мнимой частью энергии  $E$  [10]. Например, в долине  $s = +1$  при  $a > 0$  и  $|ER| \ll 1$  спектр таких состояний имеет вид:

$$\frac{ER}{\hbar c^*} \approx 2a \left( j - \frac{1}{2} \right) - i \frac{2\pi a \left( (j - \frac{1}{2})a \right)^{2j-1}}{\left( (j - \frac{3}{2})! \right)^2}, \quad 0 < \left( j - \frac{1}{2} \right) a \ll \frac{1}{2}, \quad (6)$$

где  $j = l + 1/2 = \pm 1/2, \pm 3/2, \dots$  — полный угловой момент. Действительную часть этого спектра можно получить из (4) квазиклассическим квантованием импульса  $k_y = l/R$ , где  $l$  — орбитальный момент.

Затем, в разделе **1.5** учтено влияние магнитного поля в рамках квазиклассического приближения, перпендикулярного плоскости графена. Получено дисперсионное уравнение, описывающее электронный спектр графеновой аниточки. Также как и для полуплоскости, в некоторой области параметров

таммовские состояния, модифицированные магнитным полем, сосуществуют с объемными уровнями Ландау, рис. 4. В области применимости квазиклассического приближения при  $(\Phi/\Phi_0 - l - 1/2)^2 \gg (1 + a^2) |\Phi/\Phi_0 + l + 1/2|$  спектр таммовских состояний вдали от пересечения с уровнями Ландау имеет вид:

$$\frac{ER}{\hbar c^*} = \frac{2as}{1 + a^2} \left( l + \frac{1}{2} - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right), \quad s(1 - a^2) \left( l + \frac{1}{2} - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) > 0. \quad (7)$$

Этот спектр напоминает спектр краевых состояний для полуплоскости в магнитном поле, только в нем импульс вдоль границы заменен на "размерно-квантованный"  $k_y \rightarrow l/R$  и добавлен магнитный поток, который при больших  $l$ , когда волновая функция сильно прижата к радиусу дырки, влияет в основном только на ее фазу.

Энергии магнитных КС в графеновой антиточке (7) почти линейно зависят от разности углового момента и магнитного потока через отверстие. Это приводит к периодическому прохождению этих уровней через уровень Ферми  $E_F$  (если считать, что  $E_F$  не зависит от магнитного поля) с периодом по магнитному потоку близким к  $\Phi_0$ . Это может проявляться, например, в проводимости графеновых структур, содержащих антиточку (или антиточки). В диссертации приведен краткий обзор литературы по магнитосцилляциям сопротивления графеновых структур как в форме кольца, так и содержащих антиточки. Выделена работа [7], в которой обнаружены магнитоосцилляции графеноподобных наноструктур с неупорядоченным массивом антиточек с периодом, отвечающим прохождению кванта магнитного потока через единичное отверстие (эффект типа типа Ааронова-Бома). Причем осцилляции магнитосопротивления наблюдались в сильных магнитных полях (когда заканчиваются осцилляции Шубникова — де Гааза), а температурная зависимость амплитуды осцилляций экспоненциальная  $A \propto e^{-T/T_0}$ , причем величина  $T_0$  составляет несколько десятков градусов Кельвина.

Используя приведенные выше рассуждения о поведении КС антиточки

в магнитном поле, предложено возможное объяснение этих экспериментальных данных, основанное на том, что графеновую антиточку можно рассматривать как резонансный рассеиватель в сильном магнитном поле. Когда через уровень Ферми проходит уровень КС повышается вероятность рассеяния и продольное сопротивление уменьшается. При таком механизме следует ожидать, что  $kT_0 \sim 2a\hbar c^*/R(1+a^2)$ , откуда для  $T_0 = 45$  К и  $R = 20$  нм получаем оценку  $|a| \sim 0.06$ .

Наконец, в разделе **1.6** обсуждается сечение рассеяния электронов на графеновой антиточке (без магнитного поля). В зависимости транспортного сечения рассеяния от волнового вектора налетающего электрона возникают резонансные пики, обусловленные резонансным рассеянием на квазистационарных уровнях графеновой антиточки, рис. 5.

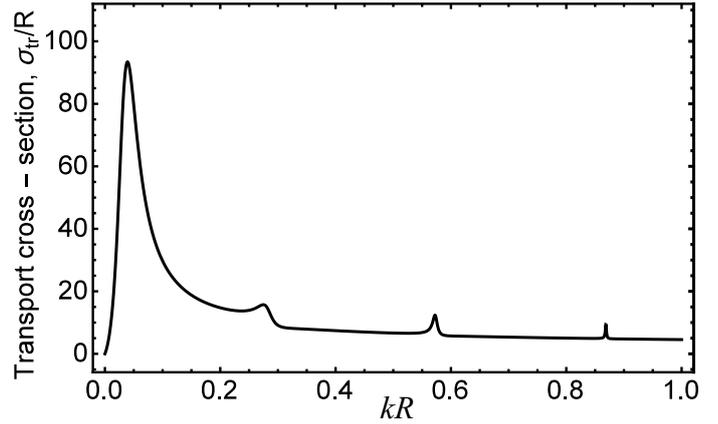


Рис. 5. Зависимость транспортного сечения рассеяния от волнового вектора  $k = E/\hbar c^*$  налетающего электрона для рассеяния на антиточке радиусом  $R$  с постоянным параметром ГУ  $a = 0.15$  (без учета вырождения по долине и спину).

**Вторая глава** «Краевые возбуждения в 2D топологическом изоляторе на основе Cd(Hg)Te» состоит из четырех разделов и посвящена граничным условиям, КС и длинноволновым низкоэнергетическим плазменным колебаниям в этой системе.

В разделе **2.1** выведено ГУ, описывающее край 2D ТИ. Его можно записать в следующем виде:

$$(F\partial_{\mathbf{n}}\psi + G\psi)|_S = 0, \quad F = \frac{b}{v}\sigma_0 \otimes \tau_0 + \frac{d}{v}\sigma_0 \otimes \tau_z, \quad (8)$$

где  $\mathbf{n} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$  — внешняя нормаль к краю,  $\sigma$  ( $\tau$ ) — матрицы Паули,

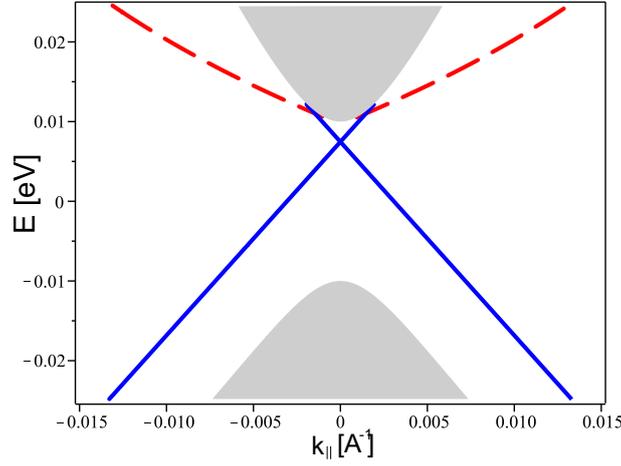


Рис. 6. Электронный спектр  $E(k_{\parallel})$  квантовой ямы  $\text{Hg}(\text{Cd})\text{Te}$  в форме полуплоскости. Краевые состояния показаны сплошными кривыми для открытых ГУ ( $g_1 = g_4 = \infty$ , остальные  $g_i = 0$ ) и штрих пунктирными кривыми для  $g_1 = -2$ ,  $g_4 = \infty$ , остальные  $g_i = 0$ . Объемные параметры взяты из [5] для квантовой ямы толщиной 7 нм.

действующие в орбитальном (спиновом) пространстве, матрица  $G$  имеет вид:

$$\begin{pmatrix} g_1 & g_2 + ig_3 & 0 & g_5 + ig_6 \\ i(e^{i\alpha} + g_3) - g_2 & g_4 & g_5 + ig_6 & 0 \\ 0 & ig_6 - g_5 & g_1 & g_2 - ig_3 \\ ig_6 - g_5 & 0 & -i(e^{-i\alpha} + g_3) - g_2 & g_4 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где  $g_{1,6}$  действительные феноменологические безразмерные параметры.

В разделе 2.2 используя найденное ГУ получен спектр КС для образца в форме полуплоскости. Для «открытых» ГУ [5], зануляющих все компоненты волновой функции на границе, получается строго линейный спектр КС, расположенный в щели объемного материала. При других параметрах ГУ можно получить спектр КС, расположенный целиком вне щели и ведущий себя существенно не линейным образом, рис. 6.

Разделы 2.3 и 2.4 посвящены длинноволновым плазменным колебаниям, которые возникают в системе электронов заполняющих КС с линейным спектром  $E_{\tau}(k) = E_0 + \tau \hbar v k$ , где  $\tau = \pm 1$  — квантовое число, нумерующее две киральные ветви КС,  $v$  — скорость КС,  $k$  — импульс электрона (вдоль

границы). Важную роль играет обратная глубина локализации КС на уровне Ферми  $\kappa_F$ .

Найден закон дисперсии плазменных колебаний:

$$\omega(q) = |vq| \sqrt{\frac{2e^2}{\epsilon_s \pi \hbar |v|} \ln \left( \frac{4\kappa_F}{|q|} \right) + 1}, \quad (10)$$

где  $\epsilon_s$  — фоновая диэлектрическая проницаемость,  $q$  — волновой вектор плазмона (вдоль границы). Фактически это хорошо известные 1D плазменные колебания [11], в которых роль характерного размера системы, обрезающего кулоновское взаимодействие, играет четверть глубины локализации краевого состояния на уровне Ферми.

**В Заключение** сформулированы основные результаты работы:

1. Из эрмитовости и T-инвариантности эффективного гамильтониана типа Дирака, описывающего электроны в графене, получено феноменологическое граничное условие на огибающие волновые функции. Граничное условие содержит три параметра, два из которых отвечают за междолинное рассеяние на границе, а один - за внутримолинное.
2. В пренебрежении междолинным рассеянием в графене найдены одночастичные электронные спектры для полуплоскости, полосы и квантовой точки. Спектр таммовских состояний полуплоскости представляет собой лучи, выходящие из центров проекций долин на направление края.
3. Найден электронный спектр указанных в предыдущем пункте наноструктур в пренебрежении междолинным рассеянием в магнитном поле. Для полуплоскости происходит долинное расщепление основного уровня Ландау, зависящее от граничного параметра. В антиточке при изменении магнитного поля уровни таммовских состояний почти периодически проходят через уровень Ферми. Резонансное рассеяние электронов на таммовских уровнях антиточки должно приводить к периодическим осцилляциям магнитосопротивления, с периодом близким к прохождению кванта магнитного потока через площадь отверстия.

4. Общее граничное условие для 2D топологического изолятора на основе квантовых ям Cd(Hg)Te, удовлетворяющее общим физическим требованиям, содержит 6 феноменологических параметров, два из которых зануляются при учете зеркальной симметрии края. При некоторых значениях граничных параметров краевые состояния могут отсутствовать вблизи центра проективной зоны Бриллюэна или иметь существенно нелинейную дисперсию.
5. Длинноволновые плазменные колебания в 2D топологическом изоляторе на основе квантовых ям Cd(Hg)Te могут быть описаны классическим законом дисперсии 1D плазмонов если ввести эффективную массу на уровне Ферми. Роль характерного размера системы играет четверть глубины локализации краевого состояния на уровне Ферми.

## Список публикаций по теме диссертации

- A1. Волков В. А., Загороднев И. В. Электроны вблизи края графена // [Физика низких температур](#). 2009. Т. 35, № 1. С. 5–9.
- A2. Загороднев И. В., Волков В. А. Граничные условия для дираковских фермионов в графене // [Нелинейный мир](#). 2009. Т. 7, № 6. С. 485–486.
- A3. Загороднев И. В., Волков В. А. Краевые состояния дираковских фермионов в графене // [Нелинейный мир](#). 2010. Т. 8, № 2. С. 108–109.
- A4. Загороднев И. В., Еналдиев В.В., Волков В.А. Спектр дираковских фермионов в полубесконечном графене в магнитном поле // [Нелинейный мир](#). 2011. Т. 9, № 1. С. 29–30.
- A5. Волков В. А., Загороднев И. В. Плазменные колебания краевых дираковских фермионов // [Письма в ЖЭТФ](#). 2013. Т. 97, № 7-8. С. 469–472.

- A6. Латышев Ю. И., Орлов А. П., Фролов А. В., Волков В.А., **Загороднев И. В.** и др. Орбитальное квантование в системе краевых дираковских фермионов в наноперфорированном графене // [Письма в ЖЭТФ](#). 2013. Т. 98, № 4. С. 242–246.
- A7. Enaldiev V. V., **Zagorodnev I. V.**, Volkov V. A. Boundary Conditions and Surface State Spectra in Topological Insulators // [Письма в ЖЭТФ](#). 2015. Т. 101, № 2. С. 94–100.
- A8. Volkov V. A., **Zagorodnev I. V.** Electron states near graphene edge // [Journal of Physics: Conference Series](#). 2009. Vol. 193, no. 1. P. 012113.
- A9. Latyshev Y. I., Orlov a. P., Volkov V. A., Enaldiev V.V., **Zagorodnev I. V.** et al. Transport of Massless Dirac Fermions in Non-topological Type Edge States. // [Scientific reports](#). 2014. Vol. 4. P. 7578.
- A10. Volkov V. A., **Zagorodnev I. V.** Edge states in graphene // International Symposium on Graphene Devices: Technology, Physics, and Modeling. University of Aizu, Aizu-Wakamatsu, Japan, 2008. P. 12–13.
- A11. **Загороднев И. В.**, Волков В. А. Краевые состояния в графене // “Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук”: Труды 51-й научной конференции МФТИ, Часть II. Общая и прикладная физика. МФТИ, 2008. С. 151–154.
- A12. Volkov V. A., **Zagorodnev I. V.** Tamm-Dirac states in graphene // Proceedings 17th International Symposium “Nanostructures: Physics and Technology”. Minsk, Belarus: Ioffe Physical-Technical Institute of the RAS, 2009. P. 298–299. URL: <http://www.iissp.ac.ru/ebooks/conf/nano09hr.pdf>.
- A13. Volkov V. A., **Zagorodnev I. V.** Electron states near graphene edge // Proceedings 16th International Conference on Electron Dynamics in Semiconduc-

tors, Optoelectronics and Nanostructures (EDISON 16). Montpellier,: d'AVL DIFFUSION, Montpellier, France, 2009. P. 140.

- A14. **Загороднев И. В.**, Волков В. А. Граничные условия для уравнения Вейля-Дирака и краевые состояния таммовского типа в графене // Тезисы докладов 9-ой Российской конференции по физике полупроводников. 2009. С. 278.
- A15. Volkov V. A., Enaldiev V. V., **Zagorodnev I. V.** Quantum antidot in graphene // Proceedings 18th International Symposium "Nanostructures: Physics and Technology". 2010. P. 92–93. URL: <http://www.issp.ac.ru/ebooks/conf/nano10hr.pdf>.
- A16. Волков В. А., **Загороднев И. В.**, Еналдиев В. В. Свойства графена: избранные результаты // Труды XIV международного симпозиума Нанопизика и нанопотоника. Нижний Новгород: 2010. С. 307.
- A17. **Zagorodnev I. V.**, Volkov V. A. Size quantization in graphene nanoribbon // Proceedings 18th International Symposium "Nanostructures: Physics and Technology". 2010. P. 166–167. URL: <http://www.issp.ac.ru/ebooks/conf/nano10hr.pdf>.
- A18. Волков В. А., Еналдиев В. В., **Загороднев И. В.** Размерное квантование дираковских 2D фермионов // Программа и тезисы докладов XVIII Уральской международной зимней школы по физике полупроводников. 2010. С. 84.
- A19. **Загороднев И. В.**, Еналдиев В. В., Волков В. А. Краевые состояния в графене // Сборник трудов XIII Школы молодых ученых "Актуальные проблемы физики". ФИАН, 2010. С. 121–123.
- A20. Волков В. А., **Загороднев И. В.** Эффекты типа Ааронова-Бома для

дираковских электронов // Труды XV международного симпозиума Наноп физика и нанопотоника. 2011. С. 115.

A21. Волков В. А., **Загороднев И. В.**, Еналдиев В. В. Осцилляции Ааронова-Бома в сопротивлении неодносвязного графена, обусловленные краевыми состояниями Тамма-Дирака // Тезисы X Российской конференции по физике полупроводников. 2011. С. 207.

A22. **Загороднев И. В.**, Волков В. А. Краевые плазменные колебания в 2D электронных системах с релятивистскими "таммовскими" состояниями // Тезисы XI Российской конференции по физике полупроводников. 2013. Р. 100.

A23. Enaldiev V. V., **Zagorodnev I. V.**, Volkov V. A. Interface Effect on Surface and Edge states in Topological Insulators // 22-nd International Symposium "Nanostructures: Physics and Technology". 2014. P. 146.

A24. **Zagorodnev I. V.**, Enaldiev V. V., Volkov V. A. Do Surface and Edge States of Topological Insulators Always Exist in Bulk Gap // 9th Advanced Research Workshop Fundamentals of Electronic Nanosystems "NanoPeter 2014". 2014. P. 92.

A25. **Загороднев И. В.**, Еналдиев В. В., Волков В. А. Существование поверхностных состояний и проблема граничных условий для эффективного гамильтониана в топологических изоляторах // Сборник трудов XV Школы молодых ученых "Актуальные проблемы физики". 2014. Р. 27.

A26. Девизорова Ж. А., **Загороднев И. В.**, Еналдиев В. В., Волков В. А. Резонансное рассеяние электронов на квазистационарных таммовских уровнях графеновой антиточки // Сборник трудов XV Школы молодых ученых "Актуальные проблемы физики". 2014. Р. 106.

- A27. **Загороднев И. В.**, Девизорова Ж. А., Еналдиев В. В., Волков В. А. Рассеяние электронов на квазистационарных уровнях графеновой антиточки // Тезисы XIV Международной школы-конференции "Проблемы физики твердого тела и высоких давлений". 2015. URL: [http://school.lpi.ru/proceedings/zagorodnev\\_upd.pdf](http://school.lpi.ru/proceedings/zagorodnev_upd.pdf).
- A28. **Загороднев И. В.**, Еналдиев В. В., Волков В. А. Зависимость спектра поверхностных состояний в 2D и 3D топологических изоляторах от условий на поверхности // Тезисы XII Российской конференции по физике полупроводников. 2015. URL: [http://semicond-2015.lebedev.ru/file.php?id\\_tname=191&tname=article](http://semicond-2015.lebedev.ru/file.php?id_tname=191&tname=article).
- A29. **Загороднев И. В.**, Девизорова Ж. А., Еналдиев В. В., Волков В. А. Рассеяние электронов на квазистационарных уровнях графеновой антиточки // Тезисы XII Российской конференции по физике полупроводников. 2015. P. 255. URL: [http://semicond-2015.lebedev.ru/file.php?id\\_tname=193&tname=article](http://semicond-2015.lebedev.ru/file.php?id_tname=193&tname=article).
- A30. **Zagorodnev I. V.**, Devizorova Z. A., Enaldiev V. V. Resonant electron scattering by graphene antidot. ArXiv:1509.08698. 2015. URL: <http://arxiv.org/abs/1509.08698>.

## Цитированная литература

1. Castro Neto A. H., Guinea F., Peres N. M. R. et al. The electronic properties of graphene // *Rev. Mod. Phys.* 2009. Vol. 81, no. 1. P. 109.
2. Nakada K., Fujita M., Dresselhaus G., Dresselhaus M. S. Edge state in graphene ribbons: Nanometer size effect and edge shape dependence // *Phys. Rev. B.* 1996. Vol. 54, no. 24. P. 17954.

3. Сорокин П. Б., Чернозатонский Л. А. Полупроводниковые наноструктуры на основе графена // [УФН](#). 2013. Т. 183, № 2. С. 113.
4. Hasan M. Z., Kane C. L. Colloquium: topological insulators // [Rev. Mod. Phys.](#) 2010. Vol. 82, no. 4. P. 3045.
5. Qi X.-L., Zhang S.-C. Topological insulators and superconductors // [Rev. Mod. Phys.](#) 2011. Vol. 83, no. 4. P. 1057.
6. König M., Wiedmann S., Brüne C. et al. Quantum spin Hall insulator state in HgTe quantum wells // [Science](#). 2007. Vol. 318, no. 5851. P. 766.
7. Latyshev Y. I., Orlov A. P., Shustin E. G. et al. Aharonov-Bohm effect on columnar defects in thin graphite and graphene // [Journal of Physics: Conference Series](#). 2010. Vol. 248, no. 1. P. 012001.
8. Akhmerov A. R., Beenakker C. W. J. Boundary conditions for Dirac fermions on a terminated honeycomb lattice // [Phys. Rev. B](#). 2008. Vol. 77, no. 8. P. 085423.
9. Brey L., Fertig H. A. Edge states and the quantized Hall effect in graphene // [Phys. Rev. B](#). 2006. Vol. 73, no. 19. P. 195408.
10. Еналдиев В. В. "Квантовая антиточка в графене". Выпускная бакалаврская квалификационная работа, МФТИ, г. Долгопрудный, 2010. рук. В.А. Волков.
11. Das Sarma S., Hwang E. H. Collective modes of the massless Dirac plasma // [Phys. Rev. Lett.](#) 2009. Vol. 102, no. 20. P. 206412.

